Zugtragwirkung von Beton bei der Querkrafttragfähigkeit von Bestandsbrücken

Bestimmung der Schrägrisslasten unter Querkraftbeanspruchung

Sara Javidmehr, M.Sc.^{1*}, Prof. Dr.-Ing. Martin Empelmann¹ ¹Technische Universität Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz (iBMB), Fachgebiet Massivbau

Kurzfassung

Erhöhte Verkehrsbeanspruchungen, Alterungserscheinungen und Änderungen in den normativen Regelungen erfordern eine hohe Anzahl an Nachrechnungen von bestehenden Brückenbauwerken. Bei diesen Nachrechnungen werden oft rechnerische Defizite u. a. beim Querkraft- und Ermüdungsnachweis festgestellt. Für die Nachrechnung der Bestandsbrücken ist daher eine möglichst genaue Ermittlung der Tragreserven essentiell. Eine dieser Tragreserven stellt die Zugtragwirkung von Beton dar, die vor Entstehung von Schrägrissen der vorherrschende Tragmechanismus ist. Bei der Nachrechnung der Bestandsbrücken sind zur Berücksichtigung der Zugtragwirkung von Beton Erkenntnisse über die effektiv nutzbare Betonzugfestigkeit ($f_{ct,ef}$) sowie den Einflüssen aus zyklischer Beanspruchung auf $f_{ct,ef}$ erforderlich.

Auf diese Frage zielt das Forschungsprojekt "Auswirkung der mechanischen Alterung von Beton auf das Tragverhalten von Massivbauteilen" ab, dass zurzeit am iBMB, Fachgebiet Massivbau der TU Braunschweig innerhalb des von der DFG geförderten Graduiertenkollegs 2075 durchgeführt wird. Im Zuge des Vorhabens wurde die Querkraftdatenbank nach DAfStb-Heft 597 mit den experimentellen Schrägrisslasten erweitert und hinsichtlich verschiedener Einflussparameter (Schubschlankheit, Betonfestigkeit, Längsbewehrungsgrad) auf die Schrägrisslast bzw. die Zugtragwirkung von Beton unter Querkraftbeanspruchung untersucht. Um die maßgebenden Parametern zu minimieren, wurden vorerst nur Querkraftversuche ohne Vorspannung analysiert. Die Anwendbarkeit der vorhandenen mechanischen Modelle und deren Annahmen zur effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit wurden anhand dieser Versuche genauer untersucht. Ein geeignetes mechanisches Model zur Ermittlung der Schrägrisslast von Stahlbetonbauteilen konnte mithilfe der Datenbank verifiziert und um die effektiv nutzbare Betonzugfestigkeit erweitert werden.

1. Einleitung

Die Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Stahlbetonbauteilen mit geringer bzw. ohne Querkraftbewehrung unter Ermüdungslasten spielt für die Bewertung des Zustands vieler Bestandsbrücken in Deutschland eine essentielle Rolle. Nach [1] sind bei vielen Bestandsbrücken trotz rechnerischem Querkraftdefizit keine Schrägrisse zu erkennen. Daraus lässt sich schließen, dass bei der Berechnung der Querkrafttragfähigkeit die tatsächlich vorhandene Betonzugfestigkeit, trotz der zyklischen Beanspruchung infolge Verkehr, unterschätzt wird. In diesem Beitrag soll daher der Betonzugtraganteil unter Querkraftbeanspruchung mit in der Fachliteratur vorhandenen mechanischen Modellen genauer untersucht werden. Während für die Anpassung von vorhandenen empirischen Bemessungsansätzen weitere Versuchsdaten unter zyklischer Querkraftbeanspruchung benötigt werden, kann ein mechanisches Modell durch Anpassung der Materialeigenschaften für eine zyklische Beanspruchung erweitert werden. Das Vorhandensein eines mechanischen Modells kann daher für die Bestimmung des Betonzugtraganteils unter zyklischer Beanspruchung von Vorteil sein.

Eine generelle Berücksichtigung des Betonzugtraganteils für den Querkraftnachweis unter monoton steigender und zyklischer Querkraftbeanspruchung wird für Spannbetonbauteile nach DIN EN 1992-1-1 [2] (nachfolgend als EC2 bezeichnet) und für die Bestandsbauwerke nach der Nachrechnungsrichtlinie [3] inklusive der 1. Ergänzung [4] (nachfolgend insgesamt als NRR bezeichnet) erlaubt. Eine grundlegende Untersuchung des Einflusses der bekannten Faktoren wie der Längsbewehrungsgrad und die Schubschlankheit auf den Betonzugtraganteil ist nicht bekannt. Hierfür soll zuerst die Anwendbarkeit des Nachweises auf Basis der schiefen Hauptzugspannungen für Stahlbetonbauteile überprüft werden. Wegen der Komplexität der Querkrafttragmechanismen ist es sinnvoll, den Betonzugtraganteil vorerst an einem einfachen System zu untersuchen; dies sollen Stahlbetonbauteile mit Rechteckquerschnitt ohne Querkraftbewehrung unter Einzellasten sein. Hiermit soll der Einfluss maßgebender Faktoren zusammen mit der effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit im Schubfeld grundlegend erforscht werden.

2. Rechnerische Ermittlung der Schrägrisslast unter monoton steigender Querkraftbeanspruchung

2.1 Allgemeines

Viele vorhandene empirische Ansätze und Versuchsdaten weisen auf einen Zusammenhang zwischen Betonzugfestigkeit und Schrägrisslast hin. Dies wird auch in folgenden mechanischen Ansätze zur Ermittlung der Schrägrisslasten aufgegriffen:

- Ansatz nach EC2 [2]
- Ansatz nach Model Code 2010 (nachfolgend als MC 10 bezeichnet) [5]
- Ansatz nach ACI 318-02 [7,8]
- Ansatz nach GALLEGO [9]

Außer dem Ansatz nach EC2 sind alle weiteren Ansätze für die Anwendung im Zustand II geeignet. Für Stahlbetonbalken mit Rechteckquerschnitt ist dies wichtig, da sich das Bauteil bereits beim Ausbilden eines Schrägrisses aufgrund bereits vorhandener Biegerisse zum Teil schon im Zustand II befindet.

Bei den mechanischen Berechnungsansätzen weichen die Annahmen zur effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit ($f_{ct,ef}$) stark voneinander ab. Nachfolgend werden die Ansätze und deren Annahmen zur effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit kurz vorgestellt.

2.2 Ansatz nach EC2 [2]

Der normative Ansatz nach EC2 auf Grundlage der schiefen Hauptzugspannungen setzt Zustand I voraus. Demzufolge gilt unter der Annahme eines linear-elastischen Materialverhaltens und Ebenbleiben der Querschnitte auf Basis der klassischen Festigkeitslehre die Gleichung (1) zur rechnerischen Bestimmung der Schrägrisslast ($V_{cr,cal}$).

$$V_{cr,cal} = \frac{I_{xz} \cdot b_w}{S_{xz}} \cdot f_{ct,ef} \tag{1}$$

Daraus kann die Schrägrisslast für Bauteile mit Rechteckquerschnitt mit der Breite *b* und der Höhe *h* wie folgt bestimmt werden:

$$V_{cr,cal} = 2/3 \cdot b \cdot h \cdot f_{ct,ef} \tag{2}$$

Hierbei wird angenommen, dass die schiefe Hauptzugspannung in der Risswurzel der mittleren Betonzugfestigkeit entspricht ($f_{ct,ef} = f_{ctm}$). Diese lässt sich nach EC2 für normalfeste Betone aus der

charakteristischen Zylinderdruckfestigkeit f_{ck} und für hochfeste Betone aus der mittleren Betondruckfestigkeit f_{cm} wie folgt ermitteln:

$$f_{ct,ef} = \begin{cases} 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} & \text{für } f_{ck} \le 50 \text{ N/mm}^2\\ 2.12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) & \text{für } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$
(3)

2.3 Ansatz nach Model Code 2010 [5]

Im MC 10 [5] wird zur Ermittlung der Schrägrisslasten ein Ansatz auf Grundlage der "Modified Compression Field Theory" (MCFT) gemäß Gleichung (4) empfohlen.

$$V_{cr,cal} = b \cdot z \cdot f_{ct,ef} \tag{4}$$

Der Hebelarm der inneren Kräfte z kann vereinfacht zu $0,9 \cdot d$ angenommen werden. In der Gleichung (4) ist die effektiv nutzbare Betonzugfestigkeit wie folgt anzusetzen:

$$f_{ct,ef} = k_{\nu} \cdot \sqrt{f_{ck}} \tag{5}$$

Hierbei ist k_v ein Faktor zur Berücksichtigung der Längsdehnung der Betonstahllängsbewehrung und des Größtkorndurchmessers des Betons.

2.4 Ansatz nach ACI 318-02 [7,8]

Nach ACI 318-02 [8] kann die Schrägrisslast wie folgt ermittelt werden:

$$V_{cr,cal} = b \cdot d \cdot f_{ct,ef} \tag{6}$$

Die effektiv nutzbare Betonzugfestigkeit ist hierbei entsprechend Gleichung (7) anzusetzen:

$$f_{ct,ef} = 0.2 \cdot \sqrt{(f_{ck} + 1.6)} \tag{7}$$

Eine mechanische Begründung für diesen Ansatz wird in [7] geliefert.

2.5 Ansatz nach GALLEGO [9]

Der Ansatz nach GALLEGO [9] stellt die Erweiterung des Ansatzes nach EC2 für Zustand II dar. Hierbei wird die Höhe h in Gleichung (3) durch die Höhe des ungerissenen Bereichs h_{ct} nach Abbildung 1 ersetzt.



Abbildung 1: Spannungsverteilung in einem Stahlbetonbalken mit einem Rechteckquerschnitt nach dem Überschreiten des Rissmoments M_{cr}

Die rechnerische Schrägrisslast V_{cr,cal} ergibt sich demnach zu:

$$V_{cr,rech.} = 2/3 \cdot b \cdot h_{ct} \cdot f_{ct,ef}$$
(8)

Die Höhe des ungerissenen Bereichs h_{ct} kann vereinfacht unter der Annahme einer linearen Spannungsverteilung nach Gleichung (9) berechnet werden.

$$h_{ct} = h_c \cdot \left(1 + \frac{f_{ct,ef}}{\sigma_c}\right) \tag{9}$$

Hierbei ist σ_c die Betondruckspannung (vgl. Abbildung 1) und h_c ist nach Gleichung (10) zu bestimmen:

$$h_c = \left(-\alpha + \sqrt{\alpha^2 + 2 \cdot \alpha}\right) \cdot d \tag{10}$$

In Gleichung (10) ist der Beiwert α nach Gleichung (11) anzusetzen.

$$\alpha = \frac{E_s}{E_c} \cdot \frac{A_{sl}}{b \cdot d} \tag{11}$$

In diesem Ansatz werden der Elastizitätsmodul von Beton und Betonstahl sowie der Längsbewehrungsgrad explizit berücksichtigt. Die effektiv nutzbare Betonzugfestigkeit wird entsprechend der Gleichung nach EC2 wie folgt angenommen:

$$f_{ct,ef} = 0.3 \cdot f_{ck}^{2/3} \tag{12}$$

3. Querkraftdatenbank nach DAfStb-Heft 597 [10]

3.1 Allgemeines

Die Fachliteratur enthält eine Vielzahl von Querkraftversuchen an Stahlbetonbalken ohne Querkraftbewehrung, die größtenteils in der DAfStb-ACI Querkraftdatenbank [10] zusammengestellt sind. In dieser Datenbank sind allerdings nur die Bruchlasten (V_u) und keine Schrägrisslasten (V_{cr}) dokumentiert, deren Kenntnis zur Ermittlung des Betonzugtraganteils unter Querkraftbeanspruchung notwendig sind.

3.2 Erweiterung der Datenbank

Zur Erweiterung der Datenbank um die Schrägrisslasten wurde in einem ersten Schritt eine umfangreiche Literaturrecherche durchgeführt. Im nächsten Schritt wurde die Datenbank dahingehend vereinheitlicht, dass nur Schrägrisslasten aufgenommen wurden, die einer Definition nach [11] entsprechen. Hierbei wurde die Lastgröße aufgezeichnet, bei der der maßgebende Schrägriss die halbe Höhe des Balkens bzw. die Dehnungsnulllinie erreicht hat (s. Abbildung 2).



Des Weiteren wurden nur die Versuche berücksichtigt, die folgenden Kriterien erfüllen:

- Stahlbetonbalken mit Rechteckquerschnitt ohne Querkraftbewehrung
- keine auflagernahe Belastung $(a/d \ge 2,0)$
- keine Längsbewehrung in der Druckzone
- keine Betonstahlbewehrung mit glatter Oberfläche

Die erweiterte Datenbank enthält insgesamt 138 Versuche [11-16]. Die Anzahl der Versuche ist hinsichtlich der maßgebenden Einflussfaktoren, d. h. Schubschlankheit a/d, charakteristische Betonfestigkeit f_{ck} und Längsbewehrungsgrad ρ_l , in Abbildung 3 dargestellt. Bei den meisten Versuchen liegt die Schubschlankheit zwischen 2 und 4. Des Weiteren ist zu erkennen, dass die meisten Versuchskörper aus Normalbeton hergestellt wurden und der Längsbewehrungsgrad bei mehr als 70% der Versuche über 2% lag.





4. Vergleich der Ansätze

Mithilfe der erweiterten Datenbank soll die Anwendbarkeit der unter Abschnitt 2 vorgestellten Berechnungsansätze zur Ermittlung der Schrägrisslasten überprüft und ggf. erweitert werden. Für die Auswertung der Ansätze werden die Modelsicherheiten (γ_{mod}) berechnet und die Mittelwerte (\overline{x}), Standardabweichungen (s) und Variationskoeffizienten (c) angegeben.

Die Modelsicherheit stellt das Verhältnis von rechnerischer Schrägrisslast zur experimentellen Schrägrisslast dar:

$$\gamma_{mod} = \frac{V_{cr,cal}}{V_{cr,exp}} \tag{13}$$

Bei der Ermittlung der rechnerischen Schrägrisslasten bzw. der jeweiligen effektiven Betonzugfestigkeiten (Gleichungen (3), (5), (7) und (12)) wird f_{ck} folgendermaßen angesetzt:

$$f_{ck} = f_{1c} = f_{cm} - 4 \tag{14}$$

Bei dem Ansatz nach GALLEGO kann die Betonspannung nach [17] wie nachstehend ermittelt werden:

$$\sigma_c = \frac{-V_{cr,cal} \cdot x_{cr}}{b \cdot d^2 \cdot \frac{\alpha}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right)}$$
(15)

In Gleichung (15) ist x_{cr} Lage des Schrägrisses (vgl. Abbildung 1). Falls diese in den Versuchen nicht dokumentiert wurde, wurde x_{cr} nach [18,19] mit 0,5 *a* abgeschätzt.

Mit dieser Betondruckspannung kann aus Gleichungen (8) und (9) die Höhe des ungerissenen Bereichs h_{ct} mithilfe der folgenden binomischen Gleichung berechnet werden:

$$h_{ct}^2 - h_c \cdot h_{ct} - \frac{\frac{\alpha}{2} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{3}\right) \cdot h \cdot d^2}{\frac{2}{3} \cdot x_{cr}} = 0$$
(16)

Eine Auswertung der erweiterten Datenbank mit den unterschiedlichen Ansätzen ist in Abbildung 4 dargestellt.



Abbildung 4: Vergleich der rechnerischen Schrägrisslasten mit den experimentellen Schrägrisslasten aller Versuche an Stahlbetonbalken nach EC2 (oben, links), MC 10 (oben, rechts), ACI 318-02 (unten, links) und nach Ansatz nach GALLEGO (unten, rechts)

Der Ansatz nach EC 2 liefert auf der unsicheren Seite liegende rechnerische Schrägrisslasten, da dieser Ansatz den Zustand I voraussetzt (s. Abschnitt 2.2). Aus Abbildung 4 (oben, rechts) wird ersichtlich, dass der Ansatz nach MC 10 die Schrägrisslasten deutlich unterschätzt (in 97,1% der Fälle), obwohl dieser die Längsdehnung der Bewehrung und den Größtkorndurchmesser des Betons berücksichtigt. Mit dem Ansatz nach ACI 318-02 kann eine gute Übereinstimmung zwischen rechnerischer und experimenteller Schrägrisslast erzielt werden (Abbildung 4 (unten, links)). Dasselbe kann für den Ansatz nach GALLEGO ((Abbildung 4 (unten, rechts)) festgestellt werden, wobei dieser geringere Streuungen aufweist.

Abbildung 5 zeigt für die zwei Ansätze (ACI 318-02 und GALLEGO) die Versuchsergebnisse in Abhängigkeit der Schubschlankheit a/d und des Längsbewehrungsgrades ρ_{I} . Es wird deutlich, dass der Ansatz nach GALLEGO den Einfluss des Längsbewehrungsgrades und der Schubschlankheit besser erfasst.



Abbildung 5: Vergleich der rechnerischen Schrägrisslasten mit den experimentellen Schrägrisslasten nach ACI 318-02 und nach Ansatz nach GALLEGO in Abhängigkeit der Schubschlankheit (oben) und des Längsbewehrungsgrades (unten)

Allerdings werden mit dem Ansatz nach GALLEGO die Schrägrisslasten unterschätzt. Dies kann durch Anpassung der effektiven Betonzugfestigkeit behoben werden. Nach DAfStb-Heft 597 [10] kann die effektive Betonzugfestigkeit wie folgt angenommen werden:

$$f_{ct,ef} = \begin{cases} 0,302 \cdot f_{ck}^{2/3} & \text{für } f_{ck} \le 50 \text{ N/mm}^2\\ 1,115 \cdot f_{ck}^{1/3} & \text{für } f_{ck} > 50 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$
(17)

Gleichung (17) unterscheidet sich geringfügig von der Betonzugfestigkeit nach EC2. Wird diese Betonzugfestigkeit beim Ansatz nach GALLEGO angesetzt, kann eine gute bis sehr gute Übereinstimmung zwischen der rechnerischen und experimentellen Schrägrisslasten mit einer Standardabweichung von 0,12 erzielt werden (Abbildung 6). Dies wird auch aus dem Vergleich der Modelsicherheiten in Abhängigkeit der Schubschlankheit und des Längsbewehrungsgrades (Abbildung 7) ersichtlich.



Abbildung 6: Vergleich der rechnerischen Schrägrisslasten nach dem modifizierten Ansatz mit den experimentellen Schrägrisslast aller Stahlbetonbalken



Abbildung 7: Vergleich der rechnerischen Schrägrisslasten mit den experimentellen Schrägrisslasten nach dem modifizierten Ansatz in Abhängigkeit der Schubschlankheit (links) und des Längsbewehrungsgrades (rechts)

Ein Vergleich zwischen den rechnerischen und experimentellen Schrägrisslasten in Abhängigkeit der Betonfestigkeit ist in Abbildung 8 dargestellt. Es zeigt sich, dass mit der Modifikation eine relativ genaue Einschätzung der experimentellen Schrägrisslasten möglich ist.



Abbildung 8: Vergleich der experimentellen Schrägrisslasten in Abhängigkeit zur Betondruckfestigkeit mit den rechnerischen Schrägrisslasten nach GALLEGO (links) und nach dem modifizierten Ansatz (rechts)

Abbildung 9 zeigt der Einfluss des Längsbewehrungsgrads und der Schubschlankheit auf die Eingangsparameter des modifizierten Ansatzes. Hieraus wird ersichtlich, dass der Längsbewehrungsgrad hauptsächlich die Höhe des ungerissenen bzw. mitwirkenden Bereichs beeinflusst (vgl. Abbildung 9, links). Aus Abbildung 9, rechts, kann ebenfalls festgehalten werden, dass die Schubschlankheit einen Einfluss auf die Lage des Schrägrisses und somit auf die vorhandene Biegebeanspruchung des kritischen Querschnitts hat. Hieraus lässt sich schlussfolgern, dass der Längsbewehrungsgrad und die Schubschlankheit die Schrägrisslasten maßgebend beeinflussen.



Abbildung 9: Zusammenhang zwischen der bezogenen Höhe des ungerissenen Bereichs und des Längsbewehrungsgrads (links) sowie zwischen der Lage des Schrägrisses und der Schubschlankheit (rechts)

5. Zusammenfassung und Ausblick

Die rechnerische Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Bestandsbrücken zeigt, dass der Einfluss des Betonzugtraganteils durch die vorhandenen Berechnungsansätze nicht vollständig erfasst wird. Um diesen Traganteil weitergehend und grundlegender zu erforschen, wurden Stahlbetonbalken mit einem Rechteckquerschnitt ohne Querkraftbewehrung und deren Schrägrisslasten unter Querkraftbeanspruchung eingehend untersucht und eine Erweiterung der bestehenden Datenbank vorgenommen. Die erweiterte Datenbank wurde dann hinsichtlich der

unterschiedlichen Ansätze ausgewertet. Hierbei zeigte sich, dass der Ansatz nach GALLEGO unter Modifikation der effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit die besten Ergebnisse liefert. Weiterhin konnte festgestellt werden, dass neben der effektiv nutzbaren Betonzugfestigkeit auch die Schubschlankheit und der Längsbewehrungsgrad einen maßgebenden Einfluss auf die Schrägrisslast haben.

In einem weiteren Schritt sollen anhand zyklischer Zug- und Querkraftversuche am iBMB, Fachgebiet Massivbau der TU Braunschweig Einflüsse aus der zyklischen Beanspruchung auf die Schrägrisslast untersucht werden. Hierbei werden die Änderungen des Spannungszustands im Beton unter zentrischen Zug und im Schubfeld miteinander verglichen und die Eigenspannungszustände genauer analysiert. Basierend auf den experimentellen Untersuchungen sollen Konzepte zur Vorhersage der Resttragfähigkeit von z. B. Bestandsbrücken entwickelt werden.

Danksagung

Die Autoren bedanken sich bei der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung der Forschungsarbeiten im Rahmen des Graduiertenkollegs 2075 "Modelle für die Beschreibung der Zustandsänderung bei Alterung von Baustoffen und Tragwerken".

Literatur

[1] Marzahn, G.; Hegger, J.; Maurer, R.; Zilch, K.; Dunkelberg, D.; Kolodziejczyk, A.; Teworte, F.: Die Nachrechnung von Bestandsbrücken – Fortschreibung der Nachrechnungsrichtlinie. Beton-Kalender 2015: Bauen im Bestand, Brücken. S. 821-904. Berlin: Ernst & Sohn, 2015.

[2] DIN EN 1992-1-1: Eurocode 2: Bemessung und Konstruktion von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken - Teil 1-1: Allgemeine Bemessungsregeln und Regeln für den Hochbau.

[3] BMVBS: Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie). Ausgabe: 05/2011

[4] BMVI: 1. Ergänzung zur Richtlinie zur Nachrechnung von Straßenbrücken im Bestand (Nachrechnungsrichtlinie). Ausgabe 04/2015.

[5] fib – International Federation for Structural Concrete, fib Model Code for Concrete Structures 2010. Ernst & Sohn, 2013.

[6] Vecchio, F. J.: Collins, M. P.: The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. ACI Journal 83, S. 219-231, 1985.

[7] HONG, S.-G.: HA, T.: Effective Capacity of Diagonal Strut for Shear Strength of Reinforced Concrete Beams without Shear Reinforcement. ACI Structural Journal 109, H. 2, S. 139-148, 2012.

[8] ACI Committee 318: Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-02), American Concrete Institute, 2002.

[9] Gallego, J. M.: Shear fatigue behaviour of reinforced concrete elements without shear reinforcement. Müller, H. S - Proceedings of the 9th fib symposium, S. 17-22, 2012.

[10] Reineck, K. H.; Kuchma, D. A.; Fitik, B.: Erweiterte Datenbanken zur Überprüfung der Querkraftbemessung für Konstruktionsbetonteile mit und ohne Bügel, DAfStb-Heft 597, Beuth Verlag, 2012.

[11] Van den Berg, F. J.: Shear Strength of Beams without Web Reinforcement. Part 2 – Factors Affecting Load at Diagonal Cracking. ACI Journal 59, H. 11, S. 1587-1600, 1962.

[12] Krefeld, W. J.; Thurston, C. W.: Studies of the Shear and Diagonal Tension Strength of Simply Supported Concrete Beams. ACI Journal 63, H. 4, S. 451-476, 1966.

[13] Mathey, R.G. and D. Watstein. Shear strength of beams without web reinforcement containing deformed bars of different yield strengths. ACI Journal 60, H. 2, S. 183-208, 1963.

[14] Xie, Y.; Ahmad, S. H.; Yu, T.; Hino, S.; Chung, W.: Shear Ductility of reinforced Concrete Beams of Normal and High-Strength Concrete. ACI Structural Journal, H. 2, S. 140-149, 1994.

[15] Mphonde, A.G. and G.C. Frantz. Shear tests of high-and low-strength concrete beams without stirrups. ACI Journal 81, H. 4, S. 350-357, 1984.

[16] Schacht, G.: Experimentelle Bewertung der Schubtragsicherheit von Stahlbetonbauteilen. Dissertation, Technische Universität Dresden, 2014.

[17] Zilch, K.; Zehetmaier, G.: Bemessung im konstruktiven Betonbau. 2. Auflage, Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2010.

[18] Görtz, S.: Zum Schubrissverhalten von Stahlbeton- und Spannbetonbalken aus Normalbeton und Hochleistungsbeton. Dissertation, RWTH Aachen, 2004.

[19] Holz, K.: Untersuchung der schrägen Rissentwicklung im Stahlbeton, Projektarbeit, Technische Universität Dresden, Institut für Massivbau, 2014.